



Πρόγραμμα Σπουδών: ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ και ΟΡΓΑΝΙΣΜΩΝ

Θεματική Ενότητα: ΔΕΟ-13 – Ποσοτικές Μέθοδοι

Ακαδημαϊκό Έτος: 2013-2014

Δεύτερη Γραπτή Εργασία

Επιχειρησιακά Μαθηματικά

Γενικές οδηγίες για την εργασία

Οι απαντήσεις στις ερωτήσεις της εργασίας πρέπει να δίνονται σε δύο αρχεία σύμφωνα με τις αναλυτικές οδηγίες που ακολουθούν. Τα δύο αρχεία θα πρέπει να ανέβουν στο <http://study.eap.gr>

Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής:

Τρίτη 21 Ιανουαρίου 2014

Εργασίες που παραλαμβάνονται εκπρόθεσμα (μετά την Τρίτη 21 Ιανουαρίου 2014) επισύρουν βαθμολογικές κυρώσεις (0,5 βαθμό για κάθε ημερολογιακή ημέρα καθυστέρησης). Εργασίες που υποβάλλονται με καθυστέρηση μεγαλύτερη από 7 ημέρες δεν γίνονται δεκτές.

Αναλυτικές Οδηγίες

Η εργασία περιλαμβάνει **4** υποχρεωτικές ασκήσεις η λύση των οποίων απαιτεί τη δημιουργία των παρακάτω αρχείων:

1. Αρχείο Word με τις απαντήσεις στις Ασκήσεις 1 - 4 (Όνομα αρχείου: Ερονυμο.Ονομα-GE2.doc). Στο αρχείο αυτό θα πρέπει να δίνονται οι αναλυτικές απαντήσεις των ασκήσεων με τη σειρά που δίνονται στην εκφώνηση, αναγράφοντας και τον αριθμό του αντίστοιχου υποερωτήματος. Επίσης, όλοι οι πίνακες και τα διαγράμματα που περιέχονται στο αρχείο Excel θα πρέπει να μεταφερθούν και σε αυτό το αρχείο και συγκεκριμένα στα σημεία που δίνονται οι απαντήσεις των αντιστοίχων ασκήσεων.
2. Αρχείο Excel με τις απαντήσεις στις Ασκήσεις όπου σας ζητείται να χρησιμοποιήσετε Excel (Όνομα αρχείου: Ερονυμο.Ονομα-GE2.xls). Το αρχείο Excel πρέπει να περιέχει φύλλα εργασίας όσα και τα υποερωτήματα όπου σας ζητείται η χρήση Excel. Τα φύλλα εργασίας πρέπει να έχουν το όνομα του αντίστοιχου υποερωτήματος. π.χ. «Άσκηση 3-II», «Άσκηση 4» κλπ.

Επισημαίνεται ότι οι εργασίες πρέπει να είναι επιμελημένες και ότι **η αντιγραφή** μέρους ή ολόκληρης της εργασίας **απαγορεύεται αυστηρά**. Ο Συντονιστής και η Επιτροπή Γραπτών Εργασιών της ΔΕΟ 13 διεξάγουν σε όλη τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους δειγματοληπτικούς ελέγχους σε όλα τα τμήματα για τον εντοπισμό και την τιμωρία τέτοιων φαινομένων.

Στο αρχείο Excel όλοι οι υπολογισμοί πρέπει να γίνουν **αποκλειστικά με τη χρήση τύπων και συναρτήσεων του Excel**. Τα διαγράμματα θα πρέπει να μεταφέρονται και στο αρχείο word.

Για τη δημιουργία των μαθηματικών σχέσεων να γίνει χρήση της εφαρμογής **«Επεξεργασία Εξισώσεων» (Equation Editor)** του Word (Από τη γραμμή μενού: Insert → Object → από Object type επιλέξτε Microsoft Equation 3.0 ή στα Ελληνικά: Εισαγωγή → Αντικείμενο → από Τύπος Αντικειμένου επιλέξτε Microsoft Equation 3.0).

Εάν η εφαρμογή «Επεξεργασία Εξισώσεων» (Equation Editor) δεν υπάρχει ήδη εγκατεστημένη στον υπολογιστή σας τότε δεν «εμφανίζεται». Στη περίπτωση αυτή θα πρέπει να την εγκαταστήσετε χρησιμοποιώντας το CD εγκατάστασης του Microsoft Office. Περισσότερα στοιχεία για τον Equation Editor υπάρχουν στο εγχειρίδιο Η/Υ (σελ. 68-71), το οποίο είναι διαθέσιμο στη ιστοσελίδα της ΔΕΟ13 (<http://class.eap.gr/deo13>) ακολουθώντας διαδοχικά τους συνδέσμους: *Εκπαίδευση...Συμπληρωματικό Διδακτικό Υλικό στους Ηλεκτρονικούς Υπολογιστές* και επιλέγοντας το αρχείο με όνομα Egxeiridio H-Y.pdf.

ΑΣΚΗΣΗ 1 [20 μονάδες (5+5+5+5)]**[Μέρος Α] (15 μονάδες (5+5+5))**

Η συνάρτηση ζήτησης για ένα μονοπώλιο δίνεται από τη σχέση: $P = 152,5 - 3Q$ ενώ η συνάρτηση κόστους από τις σχέσεις: Συνολικό μεταβλητό κόστος $VC = 0,5Q^3 - 15Q^2 + 175Q$ και σταθερό κόστος $FC = 300$.

(Α) Προσδιορίστε τις συναρτήσεις συνολικού κόστους TC, συνολικού εσόδου TR και κέρδους Π. (5 μονάδες)

(Β) Βρείτε για ποιες ποσότητες Q μεγιστοποιείται και ελαχιστοποιείται το κέρδος Π. (5 μονάδες)

(Γ) Βρείτε την συνάρτηση του οριακού κόστους MC και την συνάρτηση του οριακού εσόδου MR. Υπολογίστε το οριακό κόστος και το οριακό έσοδο για την ποσότητα Q που μεγιστοποιεί το κέρδος Π. Τι παρατηρείτε; (5 μονάδες)

[Μέρος Β] (5 μονάδες)

Η τρέχουσα τιμή των διοδίων είναι 3 ευρώ και η κυβέρνηση με σκοπό την συλλογή εσόδων σκέφτεται να αυξήσει τα διόδια στα 3,30 ευρώ ανά διέλευση. Στην τρέχουσα κατάσταση υπάρχει ημερήσια διέλευση 2000 αυτοκινήτων. Υπολογίστε το πλήθος αυτοκινήτων που διέρχεται από τον σταθμό διοδίων ημερησίως και τις εισπράξεις στις περιπτώσεις που:

1) Η ελαστικότητα διέλευσης ως προς την τιμή είναι $\varepsilon = -0,5$.

2) ελαστικότητα διέλευσης ως προς την τιμή είναι $\varepsilon = -1$.

3) ελαστικότητα διέλευσης ως προς την τιμή είναι $\varepsilon = -2$.

(5 μονάδες)

ΑΣΚΗΣΗ 2 [25 μονάδες (3+5+5+7+5)]

Δίνεται η συνάρτηση προσφοράς $P_s = Q^2 + 6Q + 9$ και η συνάρτηση ζήτησης $P_d = Q^2 - 10Q + 25$.

(Α) Να υπολογιστούν οι τιμές των μεταβλητών P_s , και P_d και να γίνει η γραφική παράσταση των συναρτήσεων στο Excel για τιμές της ποσότητας Q από 0 έως 6,5 με βήμα 0,25. Η γραφική παράσταση να γίνει με την μεταβλητή Q στον οριζόντιο άξονα. (3 μονάδες)

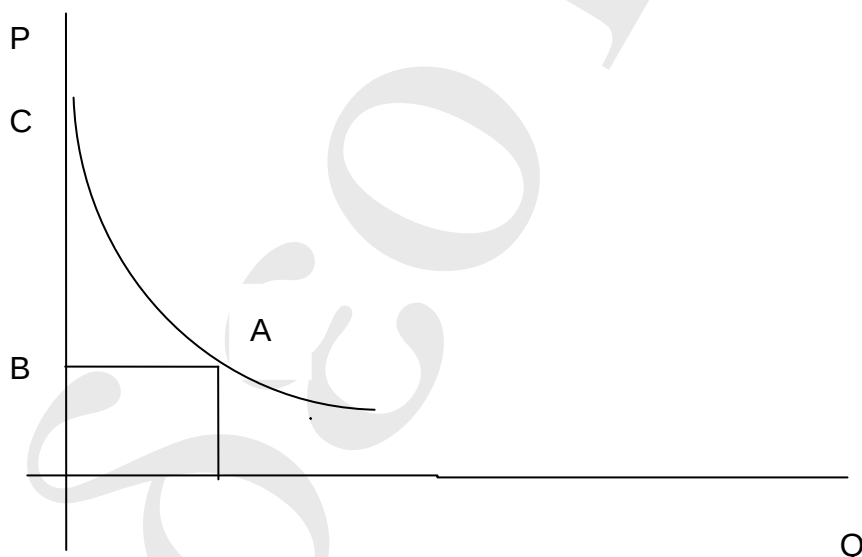
(B) Να βρεθεί το κοινό πεδίο ορισμού των P_s και P_d όταν γνωρίζουμε ότι $P_s > 0$ και η P_s είναι αύξουσα συνάρτηση, ενώ $P_d > 0$ και P_d φθίνουσα συνάρτηση. (5 μονάδες)

(Γ) Να βρεθεί το σημείο ισορροπίας αλγεβρικά. (5 μονάδες)

(Δ) Ποια θα είναι η επίπτωση στην τιμή P_d εάν η ποσότητα Q στο σημείο ισορροπίας αυξηθεί κατά 10%. (7 μονάδες)

(Ε) Να υπολογιστεί το πλεόνασμα του καταναλωτή όταν η τιμή είναι στο επίπεδο της τιμής ισορροπίας που βρέθηκε στο ερώτημα (Γ). (5 μονάδες)

(Σημείωση: με αναφορά στο ακόλουθο σχήμα που παρουσιάζεται μια υποθετική καμπύλη Ζήτησης (Ποσότητα Q στον οριζόντιο άξονα και Τιμή P στον κάθετο άξονα), όταν η τιμή ισορροπίας της αγοράς είναι στο σημείο A της καμπύλης ζήτησης, το πλεόνασμα του καταναλωτή ορίζεται ως το εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από την καμπύλη ζήτησης και πάνω από το ευθύγραμμο τμήμα BA . Η έννοια του πλεονάσματος του καταναλωτή μετράει το όφελος του καταναλωτή από την διαφορά του συνολικού ποσού που πράγματι πληρώνει στην αγορά και του ποσού που θα ήταν διατεθειμένος να πληρώσει για την απόκτηση ποσότητας προϊόντος Q .)



Δίνεται η ακόλουθη συνάρτηση των οριακών εσόδων MR μιας μονοπωλιακής επιχείρησης: $MR(Q) = 100 + 16Q - Q^2$ όπου Q είναι η ποσότητα παραγωγής του προϊόντος. Επίσης, δίνεται και η συνάρτηση οριακού κόστους $MC(Q) = 50 - 6Q + 3Q^2$ της επιχείρησης. Επιπλέον, η επιχείρηση έχει πάγιο κόστος (σταθερό) λειτουργίας $FC = 0$ χρηματικές μονάδες. Η επιχείρηση δεν έχει κανένα άλλο έσοδο πέραν των εισπράξεων από τις πωλήσεις του προϊόντος της.

(Α) Να βρεθούν οι συναρτήσεις συνολικού κόστους TC, και μέσου κόστους AC. **(6 μονάδες)**

(Β) Να βρεθούν οι συναρτήσεις συνολικού εσόδου TR και ζήτησης P_d (ως συνάρτηση του Q) που αντιμετωπίζει η επιχείρηση για το προϊόν της. **(6 μονάδες)**

(Γ) Να βρεθεί η συνάρτηση συνολικού κέρδους Π της επιχείρησης καθώς και να προσδιορισθούν η ποσότητα Q παραγωγής του προϊόντος που μεγιστοποιεί το κέρδος της επιχείρησης και το μέγιστο κέρδος. **(6 μονάδες)**

(Δ) Να βρεθεί το σύνολο των ποσοτήτων παραγωγής Q που δίνουν μη αρνητικό κέρδος Π της επιχείρησης. Επιβεβαιώστε το εύρημά σας γραφικά στο EXCEL, σχεδιάζοντας τις συναρτήσεις TC, TR, Π στο ίδιο γράφημα θέτοντας στον οριζόντιο άξονα τις τιμές της ποσότητας Q από 0 έως 13 με βήμα 0,5. **(7 μονάδες)**

ΑΣΚΗΣΗ 4 [30 μονάδες (8+6+6+5+5)]

A) Να υπολογιστούν οι παράγωγοι των παρακάτω συναρτήσεων:

1) $f(x) = e^{5x^2+7}$

2) $f(x) = 2x^3(5x^2 + 7)^{-4}$

3) $f(x) = \ln(5x^2 + 7)$

4) $f(x) = \frac{(x^3 + 4)^5}{(1 - 2x^2)^3}$

Β) Να υπολογιστούν τα αόριστα ολοκληρώματα των παρακάτω συναρτήσεων:

(5) $f(x) = (5x - 2)^{10}$

(6) $f(x) = \frac{1}{(5x - 2)}$

(7) $f(x) = e^{(5x-2)}$

(Υπόδειξη: χρησιμοποιήστε την τεχνική της αλλαγής μεταβλητής)

(6 μονάδες)

Γ) Να υπολογιστούν τα αόριστα ολοκληρώματα:

8) $\int (x^2 - 2x + 5)e^{-x} dx$

9) $\int x \ln(x) dx$

(Υπόδειξη: χρησιμοποιήστε τον τύπο της παραγοντικής ολοκλήρωσης)

(6 μονάδες)

Δ) Να υπολογιστούν τα ορισμένα ολοκληρώματα:

10) $\int_0^4 \sqrt{x}(x-2) dx$

11) $\int_{-20}^{-1} \left(\frac{3}{e^{-x}} - \frac{1}{3x} \right) dx$

(5 μονάδες)

Ε) Να βρεθούν και να χαρακτηριστούν τα ακρότατα της παρακάτω συνάρτησης:

12) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$,

(5 μονάδες)